**ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ КУРСА ВНЕУРОНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

*В результате изучения курса учащиеся должны*

 - иметь ясное представление о положительных, отрицательных числах и о числе нуль, а также свойствах, связанных с операциями арифметического сложения и умножения действительных чисел;

 - знать и уметь использовать понятия «не больше» и « не меньше» для действительных чисел, применять такие свойства ряда элементарных функций, как возрастание и убывание, свойства числовых неравенств;

 - уметь применять переходы к сравнению дополнений до единицы и к сравнению расстояний до ближайшего целого числа, а также переход к алгебраическим выражениям;

 - знать и уметь использовать для сравнения значений числовых выражений свойство монотонности степенной функции;

 - знать неравенство Коши и уметь применять его для решения задач;

 - владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;

 - применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;

 - уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;

 - знать метод перебора всех вариантов и уметь применять его при доказательстве неравенств с переменными;

 - иметь представление о системе аксиом Пеано; наизусть знать аксиому математической индукции;

 - иметь представление о нескольких вариантах метода математической индукции и уметь их использовать при решении задач;

 - знать и уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского двумя способами (методом вспомогательной функции и с помощью тождества Лагранжа); уметь применять неравенство при решении задач;

 - иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;

 - знать определение симметрической функции и симметрического неравенства; уметь использовать для доказательства неравенства его симметричность;

 - знать общее определение средней величины произвольного конечного числа действительных чисел; иметь представление о применении в физике средних величин;

 - знать и уметь использовать среднее арифметическое взвешенное при решении задач;

 - знать и уметь доказывать теорему о соотношении между четырьмя средними в случае двух переменных;

 -знать неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения, уметь применять в решении задач;

 - знать и уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;

 - знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.

*Личностные результаты* обеспечивают ценностно-смысловую ориентацию учащихся, установление учащимися связи между учебной деятельностью и её мотивом. К личностным результатам освоения старшеклассниками программы элективного курса относятся:
• сформированность представлений об основных этапах истории и наиболее важных современных тенденциях развития математической науки, о профессиональной деятельности учёных-математиков;
• способность к эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;
• сформированность потребности в самореализации в творческой деятельности, выражающаяся в креативности мышления, инициативе, находчивости, активности при решении математических задач;
• потребность в самообразовании, готовность принимать самостоятельные решения.

Вклад изучения элективного курса в формирование *метапредметных результатов* освоения основной образовательной программы состоит:
• в формировании понятийного аппарата математики и умения видеть приложения полученных математических знаний для описания и решения проблем в других дисциплинах, в окружающей жизни;
• формировании интеллектуальной культуры, выражающемся в развитии абстрактного и критического мышления, умении распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, способности ясно, точно и грамотно формулировать и аргументированно излагать свои мысли в устной и письменной речи, корректности в общении;
• формировании информационной культуры, выражающемся в умении осуществлять поиск, отбор, анализ, систематизацию и классификацию информации, использовать различные источники информации для решения учебных проблем.

**ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ КУРСА**

ЧАСТЬ I. ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА
**Введение.**Предмет, изучению которого посвящен данный курс. Исторические сведения. Преемственная связь с базовым курсом школьной математики. Средние величины и неравенство Коши. О задачах школьных математических олимпиад.
**Глава 1. Числовые неравенства и их свойства.**Понятие положи тельного и отрицательного действительного числа, число нуль. Основные законы сложения и умножения действительных чисел. Свойства суммы и произведения положительных чисел. Понятие «больше» для действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Понятия «меньше», «не больше» и «не меньше» для действительных чисел и их свойства. Числовые неравенства.
*Тема для дискуссии:*«Легко ли определить знак числа или найти наибольшее из двух данных чисел, если числа заданы как значения некоторых числовых выражений?».
Простейшие свойства числовых неравенств. Монотонность функций и числовые неравенства.
*Задания для самостоятельной работы:*
1. а) Приведите примеры положительных и отрицательных действительных чисел.
б) Вспомните символическую запись основных законов сложения и умножения действительных чисел.
в) Попробуйте ответить, какими будут значения следующих числовых выражений (положительными, отрицательными числами или числом нуль):
**(-3)1000; sin 600°;****;*****;*sin(100lπ -1); еπ – πe**
2. Выясните, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны:
**2100>350; tg1000° > 0; sin(101π – 1) > 0;****> 2; 0 >**
**Глава 2. Основные методы установления истинности числовых неравенств.**Сравнение двух чисел — значений числовых выражений «по определению», путем сравнения их отношения с единицей, путем сравнения их степеней, путем сравнения их с промежуточными числами (числом), метод введения вспомогательной функции, метод использования «замечательных» неравенств и некоторые другие. Примеры.
*Тема для дискуссии:*«Можно ли использовать вычислительную технику (микрокалькулятор) для сравнения значений числовых выражений? Ожидания и заблуждения».
*Задания для самостоятельной работы:*

1. В журнале «Квант» (или «Математика в школе») (в номерах, вышедших за определенный период) найти и решить задачи на сравнение значений числовых выражений (акция «Допишем учебник»).
2. Решить цикл задач из раздела «Задачи для самостоятельного решения» (номера задач и их количество определит учитель).

**Глава 3. Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применения**. Краткое введение. О применении неравенств с параметрами и об умении подбирать, сочинять и обосновывать (а то и опровергать) неравенства с параметрами. Банк-хранилище замечательных неравенств наибольшей востребованности.
Неравенство-следствие. Равносильные (эквивалентные) неравенства. Равносильные задачи на доказательство (установление) или опровержение неравенств. Методы установления истинности неравенств с переменными: метод «от противного», метод анализа, метод синтеза, метод усиления и ослабления, метод подстановки (метод введения новых переменных), метод использования тождеств, метод введения вспомогательных функций, метод уменьшения или увеличения числа переменных, метод понижения степеней выражений, образующих левую или правую части неравенства, метод интерпретаций или моделей (векторных, тригонометрических, физических). Примеры.
***Тема для дискуссии:***«Самое лучшее из решений. За и против». (Одно и то же неравенство может быть установлено несколькими способами. Какой из способов лучше и почему? Каждый из участников «защищает» «свой» способ решения задачи, критикует другие решения.)
***Задания для самостоятельной работы:***разобрать (по указанной учителем литературе) один из вариантов обоснования конкретного неравенства с переменными и подготовить сообщение в защиту данного способа установления этого неравенства
**Глава 4. Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.**Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа (аксиомы) математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Примеры. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры.
***Задание для самостоятельной работы:***доказать две вышеуказанные теоремы, используя метод математической индукции.
Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Исторический экскурс. Функциональное доказательство неравенства Коши. Примеры. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.
***Тема для дискуссии и самостоятельной работы:***«Какое из доказательств лучше и почему?». (Существуют десятки вариантов доказательства неравенства Коши, некоторые из них приведены в рекомендованной литературе; учащимся можно поручить разобрать самые яркие и интересные из них, чтобы потом провести дискуссию на указанную выше тему с учетом того, что «лучшее» можно понимать по-разному.) В разделе «Задачи для самостоятельного решения» данной главы содержится более 60 задач (есть и со «звездочкой»), что позволит учителю предложить индивидуальные домашние задания многим учащимся с последующей проверкой и оцениванием этих работ.
**Глава 5. Неравенство Коши—Буняковского и его применение к решению задач.**Формулируется и обосновывается теорема, устанавливающая соотношение Коши—Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Примеры. Геометрическая интерпретация неравенства Коши—Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.
***Тема для обсуждения или дискуссии:***«Как ввести понятие вели чины угла между векторами?».
***Задания для самостоятельной работы:***

1. Решить указанные учителем задачи из раздела «Задачи для самостоятельного решения».
2. Придумать и доказать теоремы, обобщающие утверждения задач из указанного выше раздела (можно в рамках коллективной работы «Допишем учебник»).

По желанию учителя уже в этой части освоения курса можно решить некоторые задачи прикладного характера из главы 9 «Применение неравенств для нахождения наибольших и наименьших значений функций», что повысит интерес учащихся к изучаемому курсу.
**Глава 6. Неравенства подсказывают методы их обоснования.**
а) Метод Штурма. Примеры.
б) Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенства.
в) Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.
Дополнительным разделом как источником тренировочных задач для развития навыков преобразования выражений является раздел «Условные тождества».
***Тема для обсуждения или дискуссии:***«Многообразие метода подстановки».
***Задание для самостоятельной работы:***решить указанные учителем задачи из статей соответствующей тематики журналов «Квант» или «Математика в школе».
Часть II. Средние величины: их свойства и применение
**Введение.**«Средние» в средней школе. Многообразие средних величин.
**Глава 7. Средние степенные величины: соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств.**
Введение. Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних».
а) Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношение между ними в случае двух пара метров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.
***Тема для обсуждения или дискуссии:***«Сохранится ли соотношение между средними величинами (арифметическим, геометрическим, гармоническим и квадратическим), если позволить входящим в них параметрам принимать произвольные действительные значения?».
б) Среднее арифметико-геометрическое Гаусса и среднее арифметико-гармоническое, их существование и свойства.
в) Симметрические средние. Теорема Мюрхеда. Круговые неравенства и методы их доказательства.
***Задание для самостоятельной работы:***изучить такие темы, как «Методы опровержения круговых неравенств», «Теорема Мюрхеда и ее применение».
г) Среднее арифметическое взвешенное и его свойства. Координаты центра масс конечной системы материальных точек.
д) Средние степенные и средние взвешенные степенные и их свойства. Примеры. Вывод неравенства Коши—Буняковского с по мощью тождества Лагранжа.
***Задания для самостоятельной работы:***

1. Написать реферат на тему «Разные способы доказательства неравенства Коши—Буняковского». (Эта же тема может стать предметом обсуждения на уроке, проводимом в форме бесе ды, или стать основой для дискуссии.)
2. Решить цикл задач со «звездочкой» из завершающего главу раздела «Задачи для самостоятельного решения». (Помощь учителя, скорее всего, будет необходима, так как решения «звездных» задач представляют собой настоящие небольшие математические исследования. Найти решения этих задач — трудное индивидуальное задание на дом. Результаты такой работы могут быть доложены на уроке в виде доклада.)
3. Поручить нескольким учащимся (тем, кто математически послабее) подготовить выступления-содоклады к лекции учителя. Например, предложить учащимся подготовить для изложения на уроке доказательства некоторых свойств х-нормы.

**Глава 8. Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.**Введение. Исторический экскурс. П.Л.Чебышев и его научное наследие.
а) Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Одномонотонная последовательность как результат обобщения понятия монотонных последовательностей и обнаружения некоторой «симметричности» выражений, составляющих левую и правую части неравенства Чебышева.
б) Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши—Буняковского.
***Задания для самостоятельной работы****:*написать реферат и под готовить доклад на тему «П.Л.Чебышев и его научное наследие».
**Глава 9. Генераторы замечательных неравенств.**
Перечисляются основные способы получения замечательных неравенств, причем как ранее уже изученные (идет повторение ранее пройденного), так и совершенно новые.
а) Свойства квадратичной функции — источник простейших неравенств.
***Тема для обсуждения:***«Три доказательства неравенства Коши— Буняковского. Сходства и различия».
б) Неравенство треугольника.
***Тема для обсуждения или дискуссии:***«Варианты введения понятия расстояния между двумя точками».
в) Свойства одномонотонных последовательностей — источник замечательных неравенств:
1) Свойства двучленных и трехчленных одномонотонных последовательностей. Примеры. Свертка двух последовательностей.
***Задание на дом:***по данному учебному пособию самостоятельно разобрать доказательства свойств двучленных и трехчленных одно-монотонных последовательностей и отчитаться о выполнении этой работы перед учителем (в послеурочное время).
2) Свойства одномонотонных последовательностей произвольной длины и их применение. Примеры.
***Задание для самостоятельной работы:***используя материал данного пособия, самостоятельно разобрать доказательства свойств одномонотонных последовательностей и отчитаться в выполнении этой работы перед учителем (в послеурочное время).
3) Одномонотонность нескольких последовательностей, их свойства и применения. Примеры.
4) Обобщения. Итоги. Применения изученных понятий и их свойств к получению новых замечательных неравенств. Неравенства, обобщающие одновременно и неравенство Коши—Буняковского, и неравенство Чебышева.
***Творческое задание для самостоятельной работы:***исследовать предложенную математическую «проблему»: «Если в теореме о свойстве свертки нескольких одномонотонных последовательностей от казаться от требования положительности их членов, то сохранит ся ли теорема?» (Подобные вопросы могут быть поставлены учителем перед учащимися и по поводу ряда других ранее рассмотренных теорем. Однако теоретический материал данной части главы весьма сложен и сформулированное выше задание можно предложить лишь самым упорным и любознательным ученикам. Возможно, учителю стоит существенно сократить изучение дан ной главы, отказавшись от проведения ряда громоздких доказательств.)
г) Неравенство Иенсона. Введение. Историческая справка. Крат кий обзор результатов. Выпуклый анализ — раздел современной математики.

1. Свойства центра масс конечной системы материальных точек.
2. Выпуклые фигуры и выпуклые функции. Надграфик и под- график функции. Неравенство Иенсона и его доказательство. Простейшие примеры применения.

***Задание для самостоятельной работы:***ответить на следующие вопросы из пособия:
Упражнение 1. Придумайте десять примеров выпуклых и десять примеров невыпуклых фигур.
Упражнение 2. Докажите, что пересечение нескольких выпуклых фигур есть выпуклая фигура. Верно ли, что объединение нескольких невыпуклых фигур есть фигура невыпуклая? Каков будет результат, если пересекать невыпуклые, а объединять выпуклые фигуры?
Упражнение 3. Выясните, является ли одноточечное множество выпуклой фигурой. Какая версия ответа наиболее пред почтительна? Теорема о связи свойств выпуклости надграфика или подграфика функции с ее выпуклостью или вогнутостью.
3) Выпуклость фигур и свойства центра масс конечной системы материальных точек.
***Задание для самостоятельной работы****:*сформулировать и доказать неравенство Иенсона для случая выпуклости подграфика функции с использованием свойств координат центра масс конечной системы материальных точек. (Данное задание на дом может быть выполнено в виде стендового доклада.)
4) Исследование функций на выпуклость и вогнутость средства ми математического анализа. Неравенство Коши—Гельдера и неравенство Минковского.
Достаточные условия вогнутости и выпуклости функции, за данной на указанном промежутке, в терминах ее производных первого и второго порядка (две основные теоремы разной степени общности и «тонкости»).
Примеры (таблица) функций, чья выпуклость или вогнутость устанавливается вышеуказанными теоремами. Конкретные виды неравенства Иенсона, порожденные функциями из таблицы. Неравенство Коши—Гельдера. Неравенство Минковского и другие примеры.
***Задание для самостоятельной работы:***по указанной учителем литературе продолжить таблицу выпуклых (вогнутых) функций с рассмотрением соответствующих этим функциям видов неравенства Иенсона φабота в рамках акции «Допишем учебник»).
***Замечание.***Теоретический материал данной главы достаточно труден для изучения учащимися, поэтому учитель вполне может ограничиться рассмотрением лишь части данного материала, опираясь на наглядность и очевидность соответствующих свойств графиков конкретных функций и записав именно для них неравенство Иенсона с конкретным количеством параметров и конкретными значениями весов. Например, он может это сделать для логарифмической функции с выходом на получение неравенства Коши.
**Глава 10. Применение неравенств.**Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.
***Темами для дискуссий и докладов***(в том числе и стендовых) могут стать решения «знаменитых» задач на поиск наибольших и наименьших значений функций. С наиболее интересными сообщения ми учащиеся могут выступить и на межшкольных и даже междугородных конференциях (типа Всероссийской научно-практической конференции одаренных школьников Интел-Авангард).

**Особенности организации учебного процесса**

Разбиение учебного процесса на уроки разных типов в соответствии с ведущими целями не должно разрушать его непрерывности, а значит, необходимо обеспечить инвариантность технологии обучения. Поэтому при построении технологии организации уроков разных типов должен сохраняться деятельностный метод обучения и обеспечиваться соответствующая ему система дидактических принципов как основа для построения структуры и условий взаимодействия между учителем и учеником.

*Типология уроков.*

Уроки деятельностной направленности по целеполаганию можно распределить на четыре группы.

*Уроки «открытия» нового знания*. Цель: решение учебной задачи (устная задача) и обсуждение проекта её решения.

*Уроки рефлексии*.  Основные цели: формирование способностей к коррекции собственных затруднений на основе алгоритма рефлексивного мышления, повторение и закрепление учебного материала.

*Уроки общеметодологической направленности*. Цель: способность структурировать и систематизировать изучаемое предметное содержание, обобщение и выявление теоретических основ линий курсов.

*Уроки развивающего контроля*. Предполагают организацию деятельности учащихся в соответствии со следующей структурой: написание учащимися варианта контрольной работы, сопоставление с объективно обоснованным эталоном выполнения этой работы, оценка учащимися результата сопоставления в соответствии с ранее установленными критериями.

*Основные формы обучения:*

*проблемная лекция* (учащиеся получают теоретических сведения, необходимые для решения уравнений и неравенств);

*практикум*(способствует приобретению практических навыков решения уравнений и неравенств, обеспечивает умение анализировать, выделять сущности и отношения, описывать планы действий и делать логические выводы);

*самостоятельная работа* (способствует развитию навыков познавательной деятельности, анализа и самоанализа).

Педагогические технологии: технология деятельностного метода, метод исследования. Применяются технологии индивидуального, индивидуально-группового, группового и коллективного способа обучения, технологии уровневой дифференциации, развивающего обучения и воспитания. Усвоение учебного материала реализуется с применением основных групп методов обучения и их сочетания:

- методами организации и осуществления учебно-познавательной деятельности: словесных (рассказ, учебная лекция, беседа), наглядных (иллюстрационных и демонстративных), практических, проблемно-поисковых под руководством преподавателя и самостоятельной работой учащихся;

- методами стимулирования и мотивации учебной деятельности: познавательных игр, деловых игр;

- методами контроля и самоконтроля за эффективностью учебной деятельности: индивидуального опроса, фронтального опроса, выборочного контроля, письменных работ.

Применяются онлайн-тестирование для обучающихся в системе Статград, на сайтах Решу ЕГЭ, Алекс Ларин.

*Система оценивания* учебных достижений учащихся по результатам выполнения практических и самостоятельных работ производится в следующих формах:

текущий рефлексивный самоанализ, контроль и самооценка учащимися выполняемых заданий;

взаимооценка учащимися работ друг друга или работ, выполненных в группах; текущая диагностика и оценка учителем деятельности учащихся; итоговая оценка индивидуальной деятельности учащегося, выполняемая в форме зачета или незачета, проект. Формами проведения промежуточной аттестации по итогам учебного года являются зачетная работа, защита проекта (на выбор учащегося).

**КАЛЕНДАРНО-ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **№»** | **Тема** | **Кол-во****часов** | **Дата** |
| **11ф/м** | **11х/б** |
| ***Числовые неравенства и их свойства*** | **1** |  |
| 1 | Числовые неравенства и их свойства | 1 |  |  |
| ***Основные методы установления истинности числовых неравенств***  | **2** |  |
| 2 | Основные методы установления истинности числовых неравенств | 1 |  |  |
| 3 | Решение задач на установление истинности числовых неравенств | 1 |  |  |
| ***Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с******переменными.*** | **3** |  |
| 4 | Понятие неравенства с переменными и его решения. | 1 |  |  |
| 5 | Основные методы решения задач на установление истинности неравенств с переменными. | 1 |  |  |
| 6 | Частные случаи неравенства Коши, их обоснование и применение. | 1 |  |  |
| ***Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.*** | **4** |  |
| 7 | Метод перебора всех вариантов и метод математической индукции | 1 |  |  |
| 8 | Система аксиом Джузеппе Пеано. | 1 |  |  |
| 9 | Схема применения принципа математической индукции. | 1 |  |  |
| 10 | Неравенство Коши для произвольного числа переменных | 1 |  |  |
| ***Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.*** | **2** |  |
| 11 | Неравенство Коши-Буняковского и условия его реализации в варианте равенства | 1 |  |  |
| 12 | Применение неравенства Коши-Буняковского для решения задач. | 1 |  |  |
| ***Неравенства подсказывают методы их обоснования.*** | **1** |  |
| 13 | Геометрические неравенства, устанавливаемые с применением соотношений между длинами сторон треугольника. | 1 |  |  |
| ***Средние степенные величины: соотношения между ними и другие источники замечательных неравенств*** | **6** |  |
| 14 | Средние арифметическое, геометрическое, гармоническое и квадратическое и соотношения между ними.  | 1 |  |  |
| 15 | Соотношения между средним арифметическим, геометрическим, гармоническим и квадратическим и их геометрические интерпретации.  | 1 |  |  |
| 16 | Симметрические средние и круговые неравенства.  | 1 |  |  |
| 17 | Среднее арифметическое взвешенное и его свойства | 1 |  |  |
| 18 | Средние степенные, их свойства и применение для обоснования неравенств.  | 1 |  |  |
| 19 | Средние степенные взвешенные и их свойства.  | 1 |  |  |
| ***Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения*** | **2** |  |
| 20 | Неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения  |  |  |  |
| 21 | Дальнейшие обобщения Чебышева, и неравенство Коши-Буняковского.  |  |  |  |
| ***Генераторы замечательных неравенств*** | **10** |  |
| 22 | Линейная и квадратичная функции и неравенства с переменными | 1 |  |  |
| 2324 | Неравенства геометрического происхождения. Свойства одномонотонных последовательностей- источник замечательных неравенств. | 11 |  |  |
| 25 | Некоторые свойства одномонотонных последовательностей и их свёртки | 1 |  |  |
| 26 | Решение задач на установление неравенств с переменными.  | 1 |  |  |
| 27 | Свойства центра масс конечной системы материальных точек и выпуклые фигуры. | 1 |  |  |
| 28 | Наглядно-геометрическое получение неравенства Yg≤F(xg) и некоторые его частные случаи.  | 1 |  |  |
| 29 | Понятие выпуклой и вогнутой функции на промежутке. Неравенство Иенсона | 1 |  |  |
| 30 | Достаточные условия выпуклости и вогнутости функции на промежутке, примеры выпуклых и вогнутых функций  | 1 |  |  |
| 31 | Неравенства Коши—Гельдера и Минковского. | 1 |  |  |
| ***Применение неравенств*** | **3** |  |
| 32 | Неравенства в финансовой математики | 1 |  |  |
| 33 | Некоторые задачи на оптимизацию, задача Дидоны. | 1 |  |  |
| 34 | Поиск наибольших и наименьших значений функции с помощью замечательных неравенств. | 1 |  |  |